

## תורת החשמל רפורמה

### להנדסאים ולטכנאים – הנדסת חשמל

פתרון בחינה 90711, 93611, 92023, 90611, 97160 – קיץ 2025 – מועד ב

#### פתרון שאלה 1

א. משוואות זרמים יוצאים מהצומת:

$$a: \frac{V_a - V_1}{R_1} + \frac{V_a - V_c}{R_2} - I = 0$$

$$b: \frac{V_b - V_2}{R_3} + \frac{V_b - V_c}{R_4} + I = 0$$

$$c: \frac{V_c - V_a}{R_2} + \frac{V_c - V_b}{R_4} + \frac{V_c}{R_5} = 0$$

$$a: \frac{V_a - 140}{10} + \frac{V_a - V_c}{4} - 6 = 0$$

$$b: \frac{V_b - 200}{10} + \frac{V_b - V_c}{30} + 6 = 0$$

$$c: \frac{V_c - V_a}{4} + \frac{V_c - V_b}{5} + \frac{V_c}{30} = 0$$

פתרון מערכת המשוואות:

$$V_a = 100V, V_b = 120V, V_c = 60V$$

ב.ג.

$$\uparrow I_{V1} = \frac{V_1 - V_a}{R_1} = \frac{140 - 100}{10} = 4A \quad P_{V1} = V_1 \cdot I_{V1} = 140 \cdot 4 = 560W \text{ supply}$$

$$I_{V2} = \frac{V_2 - V_b}{R_3} = \frac{200 - 120}{10} = 8A \quad P_{V2} = V_2 \cdot I_{V2} = 200 \cdot 8 = 1600W \text{ supply}$$

$$V_I = V_b - V_a = 120 - 100 = 20V \quad P_I = V_I \cdot I = 20 \cdot 6 = 120W \text{ load}$$

פתרון שאלה 2

א. משוואת זרמים בצד שמאל (העומס מנותק):

$$\frac{V_{TH}' - V_1}{R_1} + I + \frac{V_{TH}'}{R_3} = 0; \frac{V_{TH}' - 18}{24} + 0.5 + \frac{V_{TH}'}{48} = 0 \Rightarrow V_{TH}' = 4V$$

$$R_{TH}' = R_1 \parallel R_3 = 24 \parallel 48 = 16\Omega$$

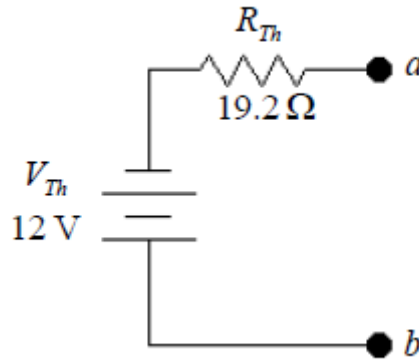
משוואת זרמים בצד ימין (העומס מנותק):

$$\frac{V_{TH}'' + V_2 - V_3}{R_5} + \frac{V_{TH}''}{R_4} = 0; \frac{V_{TH}'' + 8 - 28}{4} + \frac{V_{TH}''}{16} = 0 \Rightarrow V_{TH}'' = 16V$$

$$R_{TH}'' = R_4 \parallel R_5 = 3.2\Omega$$

$$V_{TH} = V_{TH}' - V_{TH}'' = 4 - 16 = -12V; R_{TH} = R_{TH}' + R_{TH}'' = 19.2\Omega$$

מעגל תבנית מוצג באיור הבא:



ב. חישוב הספק מכסימלי:

$$P_{\max} = \frac{V_{TH}^2}{4 \cdot R_{TH}} = \frac{12^2}{4 \cdot 19.2} = 1.875W; 0.5 \cdot P_{\max} = 0.9375W$$

$$P = \left( \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_L} \right)^2 \cdot R_L; 0.9375 = \left( \frac{12}{19.2 + R_L} \right)^2 \cdot R_L$$

$$R_{L1} = 3.294\Omega; R_{L2} = 111.905\Omega$$

ג. הזרם דרך עומס מקוצר:

$$I = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} = \frac{-12}{19.2} = -0.625A$$

הזרם זורם מצומת b לצומת a.

פתרון שאלה 3

.א

$$V_x = I_2 \cdot (R_3 - jX_C) = 2 \angle 45^\circ \cdot (40 - 40j) = 80\sqrt{2} V$$

$$I_{R2} = \frac{V_x}{R_2 + jX_{L2}} = \frac{80\sqrt{2}}{20 + 40j} = 2.529 \angle -63.435^\circ A$$

$$I = I_2 + I_{R2} = 2 \angle 45^\circ + 2.529 \angle -63.435^\circ = 2.683 \angle -18.435^\circ A$$

$$V = V_x + (R_1 + jX_{L1}) \cdot I = 80\sqrt{2} + 2.683 \angle -18.435^\circ \cdot (20 + 20j) = 184.173 \angle 10.619^\circ V$$

.ב

$$V_a = V_x \cdot \frac{jX_{L2}}{jX_{L2} + R_2} = 80\sqrt{2} \cdot \frac{40j}{20 + 40j} = 101.192 \angle 26.565^\circ V$$

$$V_b = V_x \cdot \frac{-jX_C}{-jX_C + R_3} = 80\sqrt{2} \cdot \frac{-40j}{40 - 40j} = 80 \angle -45^\circ V \Rightarrow V_{ab} = V_a - V_b = 107.33 \angle 71.565^\circ V$$

.ג

$$S = V \cdot I^* = 184.173 \angle 10.619^\circ \cdot 2.683 \angle 18.435^\circ = 494.136 \angle 29.054^\circ$$

$$\cos \varphi = \cos(29.054^\circ) = 0.8741$$

פתרון שאלה 4

א. תהודה טורית

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{2m \cdot 5\mu}} = 1.591 \text{ KHz}$$

ב. בתהודה טורית הקבל והסליל יחד מהווים קו קצר ולכן הנגד המקביל אליהם  $R_2$  - מבוטל.

$$I_{A2} = 0 \text{ A}$$

רק הנגד  $R_1$  נותר במעגל:

$$\vec{I}_{A1} = \frac{\vec{U}}{R_1} = \frac{120 \angle 0^\circ}{4} = 30 \angle 0^\circ \text{ A}$$

הוריתת מד הזרם  $I_{A1} = 30 \text{ A}$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 159.155 = 1000 \frac{r}{s} \quad \text{ג.}$$

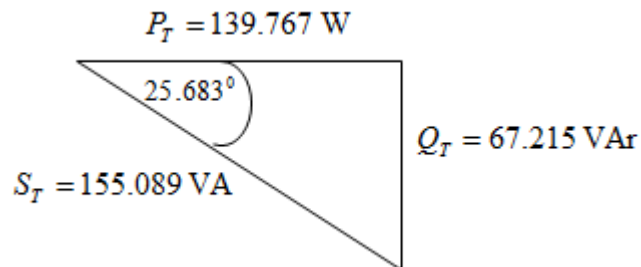
$$Z_{T1} = Z_L + Z_C = j \cdot 1000 \cdot 2m - \frac{j}{1000 \cdot 5\mu} = -198j \ \Omega$$

$$Z_T = \frac{1}{100^{-1} + (-198j)^{-1}} + 4 = 83.676 - 40.24j \ \Omega$$

$$\vec{I}_T = \frac{\vec{U}}{Z_T} = \frac{120 \angle 0^\circ}{83.676 - 40.24j} = 1.292 \angle 25.683^\circ \text{ A}$$

$$S_T = 120 \angle 0^\circ \cdot \vec{I}_T^* = 155.089 \angle -25.683^\circ \text{ VA} = (139.767 - 67.215j) \text{ VA}$$

$$S_T = 155.089 \text{ VA} \quad , \quad P_T = 139.767 \text{ W} \quad , \quad Q_T = 67.215 \text{ VAr}$$



פתרון שאלה 5

6 נק' א. הזרם שצורך הצרכן  $I_L$ :

$$Z_{PH} = \sqrt{R_{PH}^2 + X_{PH}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \Omega$$

$$I_L = I_{PH} = \frac{U_{PH}}{Z_{PH}} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{Z_{PH}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{5} = 46.19 \text{ A}$$

6 נק' ב. מקדם ההספק  $P_{fs}(\cos \varphi)$ :

$$P_{fs} = \frac{R_{PH}}{Z_{PH}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

8 נק' ג. ההספקים: פעיל, היגבי ומדומה:

$$P = 3 \cdot U_{PH} \cdot I_{PH} \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_{PH} \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 46.19 \cdot 0.8 = 25.6 \text{ kW}$$

$$Q = 3 \cdot U_{PH} \cdot I_{PH} \cdot \sin \varphi = 3 \cdot \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_{PH} \cdot \sin \varphi = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 46.19 \cdot 0.6 = 19.2 \text{ kVAR}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{25.6^2 + 19.2^2} = 32 \text{ kVA}$$

### פתרון שאלה 6

3 נק') א. כיוון השטף המגנטי בקורה התחתונה של ליבת הברזל **שמאלה** – לפי כלל יד ימין.

4 נק') ב. הזרם  $I$  בסליל.

$$R = \frac{\rho \cdot l_L}{A_L} = \frac{0.018 \cdot 70}{0.3} = 4.2 \Omega \rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{10}{4.2} = 2.38 A$$

7 נק') ג. המיאון המגנטי הכללי  $R_{mT}$  בליבת הברזל:

$$R_{mT} = \frac{l_e}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} + \frac{2 \cdot l_g}{\mu_0 \cdot A} = \frac{0.124}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 250 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} + \frac{2 \cdot 0.003}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-4}}$$

$$R_{mT} = 1,973,521.3 + 2 \cdot 11,936,620.8 = 25,846,763.8 \frac{AT}{Wb}$$

6 נק') ד. גודל השדה המגנטי  $B$  בליבת הברזל:

$$\Phi_2 = \frac{N \cdot I}{R_{mT}} = \frac{120 \cdot 2.38}{25,846,763.8} = 11.05 \mu Wb \rightarrow B = \frac{\Phi_2}{A} = \frac{11.05 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4}} = 0.0552 \frac{Wb}{m^2}$$

פתרון שאלה 7

.א.

$$\omega = 200 \cdot \pi = 2 \cdot \pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{200 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} = 100 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 10 \text{ msec}$$

ב. עבור מקור DC הסליל משמש קצר ולכן:

$$I_{DC} = \frac{V_{DC}}{R} = \frac{4}{10} = 0.4 \text{ A}$$

עבור אות חילופין נקבל:

$$I_m = \frac{V}{R + j\omega L} = \frac{6 \angle 60^\circ}{10 + j \cdot 200 \cdot \pi \cdot 15.915 \text{ m}} = 0.424 \angle 15^\circ \text{ A}$$

$$i(t) = 0.4 + 0.424 \cdot \sin(200 \cdot \pi \cdot t + 15^\circ) \text{ A}$$

.ג.

$$I_{rms} = \sqrt{I_{DC}^2 + I_{rms1}^2} = \sqrt{0.4^2 + \left(\frac{0.424}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.5 \text{ A}$$

$$P = I_{rms}^2 \cdot R_L = 0.5^2 \cdot 10 = 2.5 \text{ W}$$

### פתרון שאלה 8

א. מציאת קיבול שקול בין A-B

$$C_{T_1} = 6 + 6 = 12 \text{ pF} \quad , \quad C_{T_2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ pF}$$

$$C_{T_3} = 6 + 6 + 6 = 18 \text{ pF} \quad , \quad C_{T_4} = \frac{18}{2} = 9 \text{ pF}$$

$$C_{T_5} = 9 + 6 + 6 = 21 \text{ pF}$$

$$C_{AB} = 21 \text{ pF}$$

האנרגיה האגורה בין A-B :

$$U_{AB} = 120 - 40 = 80 \text{ V}$$

$$W_{AB} = \frac{C_{AB} \cdot U^2}{2} = \frac{21 \text{ p} \cdot 80^2}{2} = 67.2 \text{ nJ}$$

ב. חישוב ערך הקבל  $C_x$  :

$$Q_{AB} = 21 \text{ p} \cdot 80 = 1680 \text{ pC} = Q_{C_x}$$

$$C_x = \frac{Q}{U} = \frac{1680 \text{ p}}{40} = 42 \text{ pF}$$

ג. חישוב המקדם הדיאלקטרי היחסי :

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d}$$

$$42 \text{ p} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot 94.87 \cdot 10^{-6}}{0.2 \cdot 10^{-3}} \quad \rightarrow \quad \epsilon_r = 10$$

ד. בנגד לא עובר זרם ואין עליו מתח כי הקבלים מהווים נתק במעגל. לכן כל מתח המקור נופל בין ההדקים A-B,  $U_{AB} = 120 \text{ v}$ .